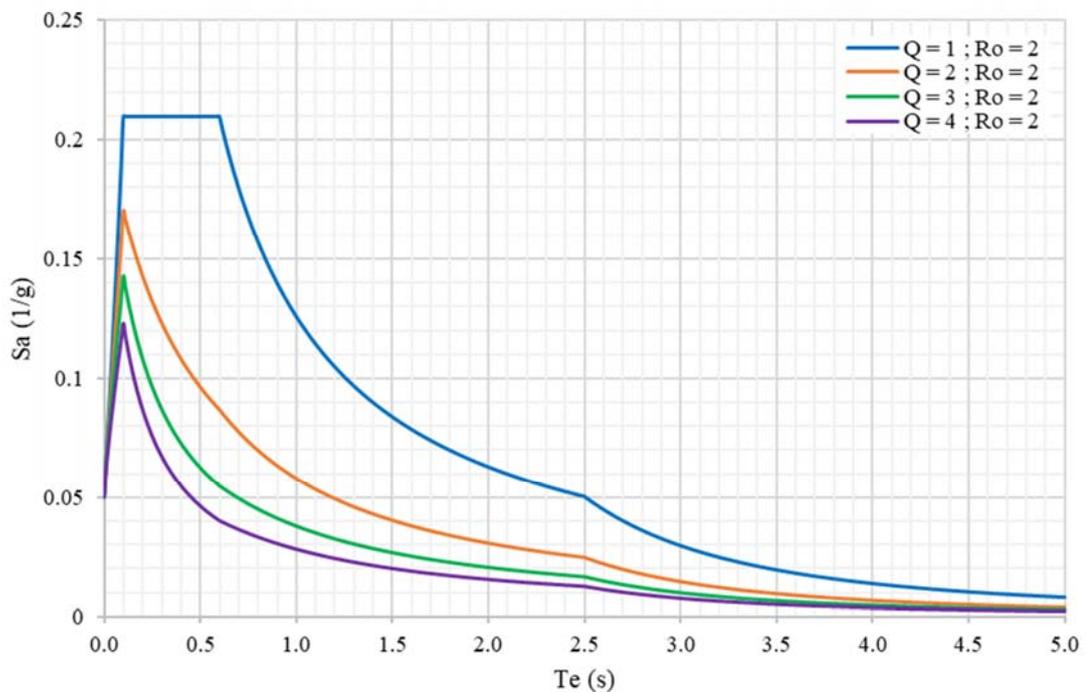




ESPECTRO DE DISEÑO SÍSMICO DE SITIO



OFICINAS LEGISLATIVAS H. CONGRESO DEL ESTADO

BLVD. PEDRO INFANTE S/N COL. RECURSOS HIDRAULICOS
COORDENADAS: 24.8042 N, 107.4128 O; CULIACÁN, SINALOA

CULIACÁN, SINALOA; 30 DE DICIEMBRE 2019



CENTRO EXPERIMENTAL Y SERVICIOS EN INGENIERÍA CIVIL
ASESORÍA EN MECÁNICA DE SUELOS Y CONTROL DE CALIDAD
ING. JUAN DE DIOS CUETO DÍAZ

MAESTRÍA EN MECÁNICA DE SUELOS

SEPÚLVEDA 60 NORTE

TEL. (01887) 716-33-57; FAX 713-46-52

CULIACÁN, SINALOA

CONTENIDO

RESUMEN	3
1. ANTECEDENTES.....	5
1.1. Sismología e Ingeniería Sísmica en México.....	7
1.2. Sismicidad Local	8
2. PELIGRO SÍSMICO	12
2.1. Espectro de respuesta de referencia en roca.....	12
2.2. Acelerogramas sintéticos.....	13
3. EFECTOS DE SITIO	16
3.1. Refracción sísmica	16
3.2. Vibración ambiental	18
3.3. Modelo de propagación de ondas.....	18
3.4. Función de transferencia	20
3.5. Acelerogramas amplificados	21
4. ESPECTRO DE DISEÑO SÍSMICO DE SITIO	23
4.1. Espectro elástico de sitio	23
4.2. Factor de amortiguamiento	26
4.3. Reducción por ductilidad	26
4.4. Reducción por sobrerresistencia.....	27
4.5. Factor por redundancia	27
4.6. Corrección por irregularidad	28
4.7. Espectro inelástico de sitio	29
4.8. Comparación con espectro transparente CFE-2015 y CFE-1993	30
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	31
6. REFERENCIAS.....	33
ANEXO I: ANÁLISIS UNIDIMENSIONAL DEL TERRENO	34
ANEXO II: PRUEBAS GEOFÍSICAS	37
ANEXO III: ANÁLISIS DE VIBRACIÓN AMBIENTAL	39
ANEXO IV: ACELEROGRAMAS SINTÉTICOS.....	41



RESUMEN

En este estudio se presentan los espectros de diseño sísmico de sitio elástico ($Q = 1.0$) e inelásticos ($Q = 1.5, 2.0$ y 3.0), para el diseño estructural del proyecto **Oficinas Legislativas H. Congreso del Estado** ubicado por el blvd. Pedro Infante S/N, Colonia Recursos Humanos en la ciudad de Culiacán, Sinaloa. Estos espectros fueron calculados para un periodo de retorno $T_r = 2244$ años basado en la metodología del CDS-MDOC CFE-2015 y en la práctica de diseño sísmico en México.

El peligro sísmico del sitio fue determinado con ayuda del software PRODISIS el cual contiene espectros de peligro uniforme recomendado para estructuras del grupo B, el cual se conoce como espectro de referencia en roca.

Para la estimación de los efectos locales se hizo uso las siguientes pruebas y metodología:

- a) Mediciones de vibración ambiental en puntos localizados de forma estratégica, procesando los registros y obteniéndose funciones de transferencia mediante la técnica de Nakamura.
- b) Pruebas de refracción sísmica del cual se reportan las velocidades de corte, peso volumétrico, espesores, entre otros.

A partir de estas pruebas se determinaron los parámetros dinámicos del suelo, el periodo fundamental de vibrar y la amplificación del movimiento sísmico que se puede presentar.

Con la ayuda del software DeepSoil se realizaron análisis paso a paso del comportamiento sísmico del suelo caracterizado mediante el modelo geodinámico determinado, calculando funciones de transferencia los cuales fueron utilizados para la amplificación del espectro de referencia en roca.

Los espectros calculados están asociados a un amortiguamiento del 5% y correspondientes a estructuras del grupo B, y para su forma paramétrica fue utilizada las recomendaciones contenidas en el CDS-MDOC CFE-2015.

En la siguiente figura se presentan los espectros elásticos e inelásticos de diseño propuesto para el sitio. Para los espectros inelásticos se utilizó una sobrerresistencia básica (R_0) de 2.0 y ductilidades (Q) de 1.0, 2.0, 3.0 y 4.0.

Los valores de los parámetros espectrales, así como la configuración del espectro de sitio están presentados en la siguiente tabla y figura:



Tabla 1. Parámetros espectrales de espectro de sitio.

Parámetros espectrales, $T_r = 2244$ años						
a_0 (g)	c (g)	T_a (s)	T_b (s)	T_c (s)	k	r
0.15	0.42	0.10	0.60	2.50	0.5	1.0

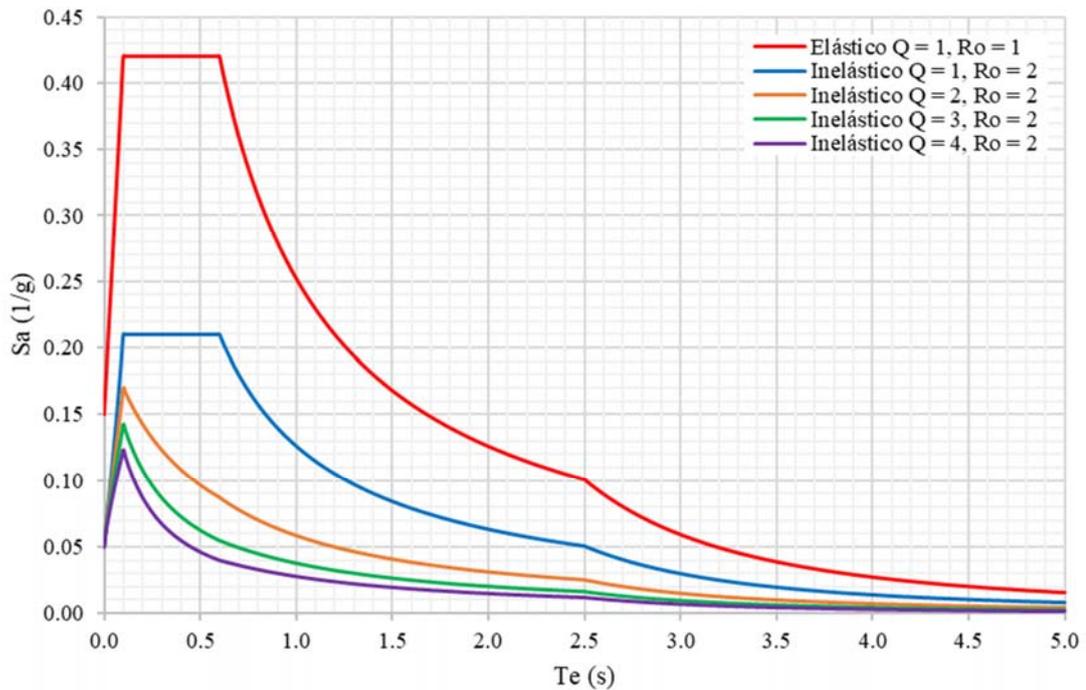


Figura 1. Espectro elástico e inelásticos de diseño para el sitio en estudio.

El espectro contenido en este estudio corresponde al estado límite de seguridad contra colapso, con el cual se revisarán distorsiones para prevención de colapso, así como esfuerzos y/o resistencias de elementos estructurales y cimentación. Para la revisión del estado límite de daños ante sismos frecuentes, será necesario hacer una reducción al espectro elástico, el cual estará contenido en la hoja de cálculo anexo a este documento.



1. ANTECEDENTES

En este estudio se presentan los espectros de diseño sísmico de sitio elásticos ($Q = 1$) e inelásticos ($Q = 2.0, 3.0$ y 4.0), para el diseño estructural del proyecto **Oficinas Legislativas H. Congreso del Estado** ubicado por el blvd. Pedro Infante S/N, Colonia Recursos Humanos en la ciudad de Culiacán, Sinaloa.

Las coordenadas geográficas del predio son: Longitud 107.4128 O y Latitud 24.8042 N. La Figura 2 muestra un mapa con la ubicación del sitio en estudio.



Figura 2. Ubicación del sitio en estudio

El alcance de este estudio será el determinar la respuesta sísmica del terreno considerando los efectos locales, con la finalidad de determinar los espectros de respuesta y diseño sísmico de sitio para el diseño de la estructura. Para ello, se realizaron pruebas de tipo geodinámicas para la determinación de las propiedades dinámicas del suelo. Para el cálculo del peligro sísmico en la zona se hizo uso del programa PRODISIS, que forma parte del Capítulo de Diseño por Sismo del Manual de Diseño de Obras Civiles de la CFE, versión 2015 (CDS-MDOC-2015), del cual se obtiene un espectro de respuesta de referencia en roca a partir de las coordenadas geográficas definidas.



Figura 3. Macrolocalización en el mapa de regionalización sísmica de la República Mexicana.

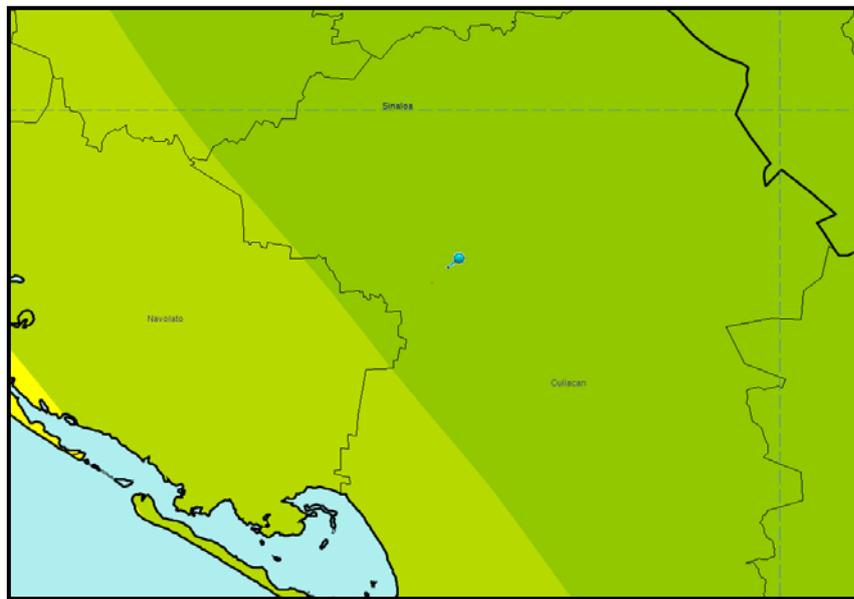


Figura 4. Microlocalización en el mapa de regionalización sísmica de la República Mexicana.

Los parámetros de referencia obtenidos del software PRODISIS son los que se muestran a continuación:

Parámetros espectrales, $T_r = 2244$ años						
Coordenadas	a^r_0	c^r	v^r_{max}	d^r_{max}	T_r	Zona Sis.
-107.4128 O	71.16	193.04	13	28	2244	B
24.8042 N	cm/s ²	cm/s ²	cm/s	cm	años	



1.1. *Sismología e Ingeniería Sísmica en México*

Los espectros de diseño elástico son utilizados para el cálculo de las fuerzas laterales de diseño y para la determinación de las deformaciones laterales en las estructuras. Se debe tener conocimiento sobre los niveles de aceleración que pueden ocurrir en el sitio y sobre las máximas demandas, tanto de aceleración como de desplazamiento, que experimentarían las estructuras por construir. Para proponer el espectro de diseño contenido en este estudio, se partió de espectros de peligro uniforme calculados para la condición de terreno firme o roca.

Los avances en materia de sismología e ingeniería realizados en las últimas dos décadas han contribuido significativamente al conocimiento del peligro sísmico de México, especialmente en estos aspectos:

- 1) El refinamiento aceptado para la geometría de la placa de Cocos, en su porción subducida bajo la placa continental de Norteamérica.
- 2) El conocimiento que se tiene sobre la sismicidad asociada a eventos como el de Bavispe, Sonora, de 1887.
- 3) El conocimiento que se tiene sobre la sismicidad de la zona sismogénica Baja California Intraplaca Norte.
- 4) El refinamiento que se tiene para la geometría y sismicidad de algunas fuentes del centro de México, especialmente el Eje Transmexicano Volcánico, la Provincia Petrolera, la Provincia del Golfo y la Sismicidad Difusa.
- 5) El uso de leyes de atenuación actualizadas para sismos de profundidad intermedia.
- 6) El uso de leyes de atenuación actualizadas para sismos corticales.
- 7) El uso de leyes de atenuación actualizadas para sismos de subducción (inter e intraplaca).



1.2. *Sismicidad Local*

La sismicidad observada en el territorio mexicano es una de las más altas del mundo, manifestándose diferentes tipos de sismo, siendo los más importantes los sismos de subducción, los cuales han generado grandes temblores en México ($M > 7.0$) a lo largo de la costa del pacífico, causados por la subducción de las placas oceánicas de Cocos y de Rivera bajo la placa de Norteamérica. El terremoto de Jalisco del 3 de junio de 1932, cuya magnitud fue de $M = 8.2$, que ocurrió sobre la interfaz de la placa de Rivera y la de Norteamérica, demuestra que una placa pequeña, joven y con una velocidad relativamente baja de subducción es capaz de generar grandes temblores.

También ocurren grandes temblores en el continente con profundidades de entre 30 y 100 km. En este caso los temblores presentan un mecanismo de fallamiento normal que refleja el rompimiento de la litosfera oceánica subducida, los cuales son poco frecuentes pero que pueden causar grandes daños. Los sismos de Oaxaca del 15 de enero de 1931 ($M = 7.8$), el de Orizaba del 23 de agosto de 1973 ($M = 7.3$), el de Huajuapán de León del 24 de octubre de 1980 ($M = 7.0$) y el de Tehuacán del 15 de junio de 1999 ($M = 7.0$) son ejemplos de este tipo de falla.

Los sismos superficiales de la corteza continental son aún menos frecuentes ($M \leq 7.0$). Dependiendo de su ubicación estos eventos pueden generar daños considerables, como el temblor de Jalapa del 3 de enero 1920 ($M = 6.4$) y el de Acambay del 19 de noviembre de 1912 ($M = 7.0$). Existe también la sismicidad de fondo, el cual son temblores con $M \leq 5.5$, cuyo origen no puede asociarse a ninguna estructura geológica. La ocurrencia de estos eventos también se considera en la sismicidad local.

La frontera entre las placas del caribe y la de Norteamérica es difusa, el movimiento relativo entre las dos placas se disipa, principalmente, a lo largo de las fallas de Chixoy-Polochi y Motagua. El mayor sismo registrado a lo largo de esta frontera con fallas de rumbo fue el ocurrido el 4 de febrero de 1976 ($M = 7.5$). Históricamente se ha reportado 25 sismos destructivos en esta frontera de placas. La parte oriental de esta falla se rompió el 6 de enero de 1785 ($M = 7.5$) y la parte occidental el 22 de julio de 2816 ($M = 7.5$).

Una vez conocida la sismicidad de las fuentes y los patrones de atenuación de las ondas generadas por cada una de ellas, puede calcularse el peligro sísmico considerando la suma de los efectos de la totalidad de las fuentes sísmicas y la distancia entre cada fuente y el sitio en que se encuentra la estructura.

Los modelos de sismicidad local utilizados para el cálculo del peligro sísmico son: fuentes gobernadas por la relación Gutenberg-Ritcher modificada y fuentes gobernadas por el modelo del temblor característico. Una vez determinada la tasa de actividad de cada



una de las fuentes sísmicas, es necesario evaluar qué efectos, en términos de intensidad sísmica, produce cada una de ellas en un sitio de interés. Se han usado tres leyes de atenuación que dependen de las trayectorias que recorren las ondas en su camino de la fuente al sitio. Estas leyes de atenuación son:

- Temblores costeros interplaca propuesto por Arroyo et al (2010).
- Temblores de profundidad intermedia empleando el modelo de atenuación Zhao et al (2006).
- Temblores superficiales utilizando el modelo de Abrahamson y Silva (1997).

Una vez conocidas la sismicidad de las fuentes y los patrones de atenuación de las ondas generadas por cada una de ellas, puede calcularse el peligro sísmico considerando la suma de los efectos de la totalidad de las fuentes sísmicas y la distancia entre cada fuente y el sitio en que se encuentra en la estructura.

Todo esto permitió la determinación del peligro sísmico en México, mediante espectros de referencia en roca. En la siguiente figura se muestra un mapa de aceleración máxima en roca correspondientes al nivel de referencia ER de la República Mexicana.

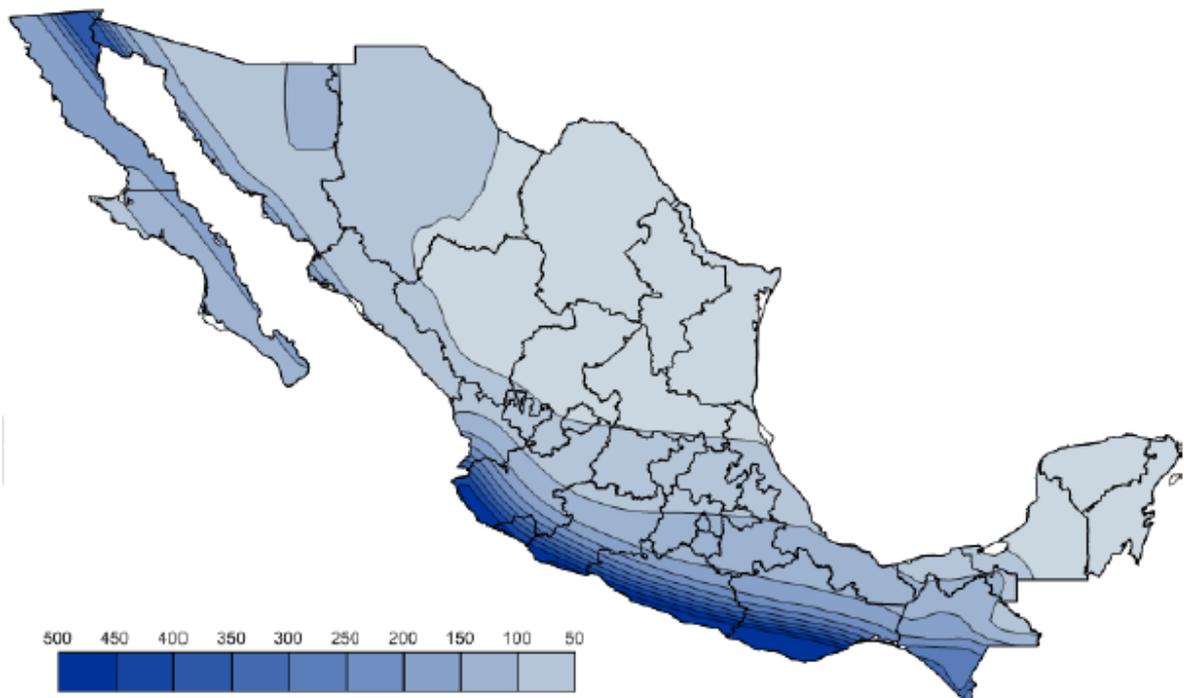


Figura 5. Aceleración máxima en roca (cm/s^2), correspondiente al nivel de referencia ER



En 1910, el gobierno mexicano decreto la fundación del Servicio Sismológico Nacional (SSN), el cual tiene la misión de registrar, almacenar y distribuir datos del movimiento del terreno para informar sobre la sismicidad del país a las autoridades y a la población en general, promover el intercambio de datos y cooperar con otras instituciones de monitoreo e investigación a nivel nacional e internacional.

El SSN en 2018 reporta un total de 30,350 sismos registrados en toda la República Mexicana, principalmente en los estados de Oaxaca (65.7%), Guerrero (10.7%) y Chiapas (10.6%). De estos sismos registrados se reporta que la mayoría (25565) han sido magnitud $3.0 < M < 3.9$ y solo 3 sismos con $M > 6.0$.

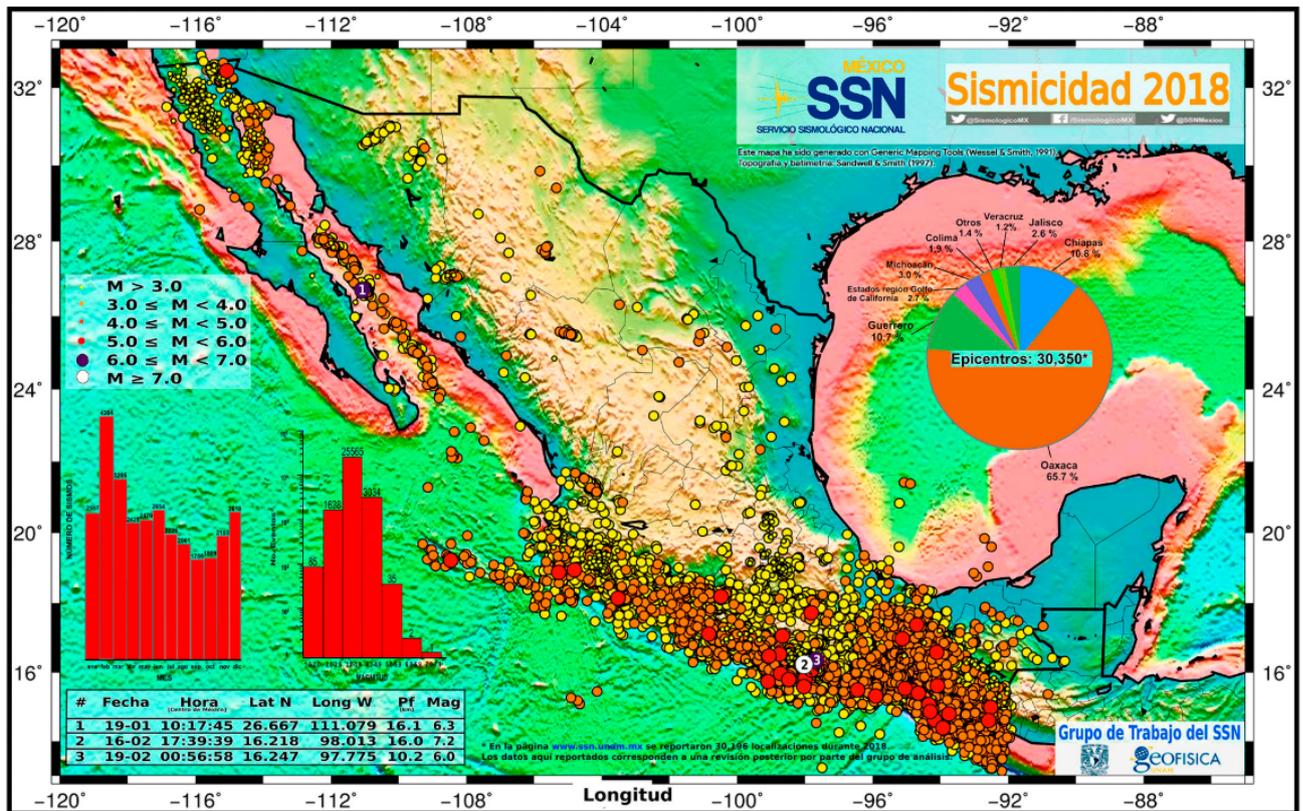


Figura 6. Mapa de Sismicidad Anual correspondiente al año 2018.

En el sitio de estudio, históricamente se han registrado hasta un total de 858 sismos reportados desde 1900 a 2019, evidenciándose en promedio una magnitud $M=4.1$, y un rango que varía entre 2.3 hasta 7.0. La magnitud de los sismos, así como la frecuencia de estos, se puede encontrar en la siguiente tabla y figura.



Tabla 2. Frecuencia absoluta y frecuencia relativa correspondiente a la magnitud del sismo

Magnitud (M)	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
2.0 < M < 3.0	11	0.013
3.0 ≤ M < 4.0	429	0.503
4.0 ≤ M < 5.0	355	0.416
5.0 ≤ M < 6.0	50	0.059
6.0 ≤ M < 7.0	7	0.008
7.0 ≤ M < 8.0	1	0.001
M ≥ 8.0	0	0.000
Total	853	1.000

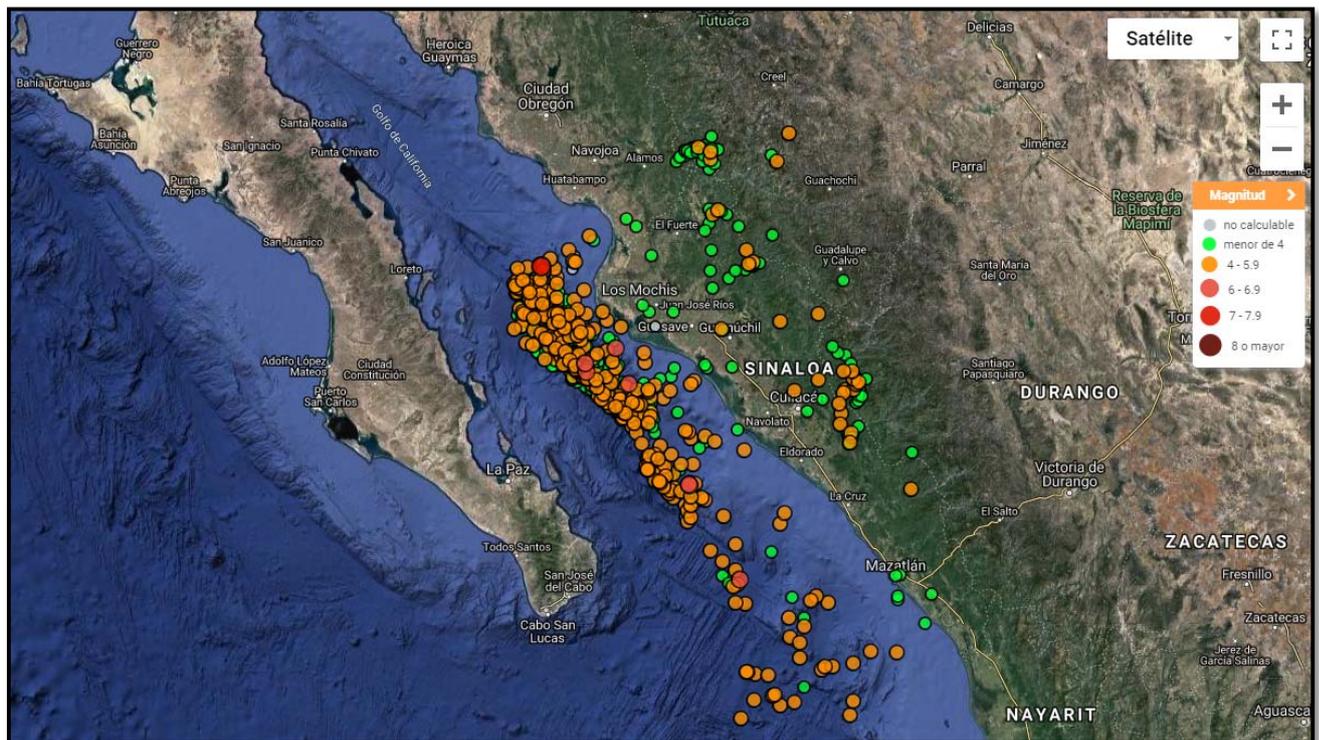


Figura 7. Registros de sismos históricos en las cercanías del sitio en estudio.



2. PELIGRO SÍSMICO

2.1. *Espectro de respuesta de referencia en roca*

Para la determinación del movimiento sísmico en roca se utilizó el espectro de peligro uniforme recomendado para estructuras del grupo B, en el CDS-MDOC 2015, denominado como "de referencia en roca". En la figura 2 se grafica este espectro, obtenido con el programa PRODISIS, donde las abscisas corresponden al periodo estructural y las ordenadas a la aceleración de las componentes horizontales. Este espectro es para una ubicación en Zona Sísmica B, para un periodo de retorno de $T_r = 2244$ años el cual es determinado a partir de la metodología de coeficientes óptimos para estructuras del Grupo B.

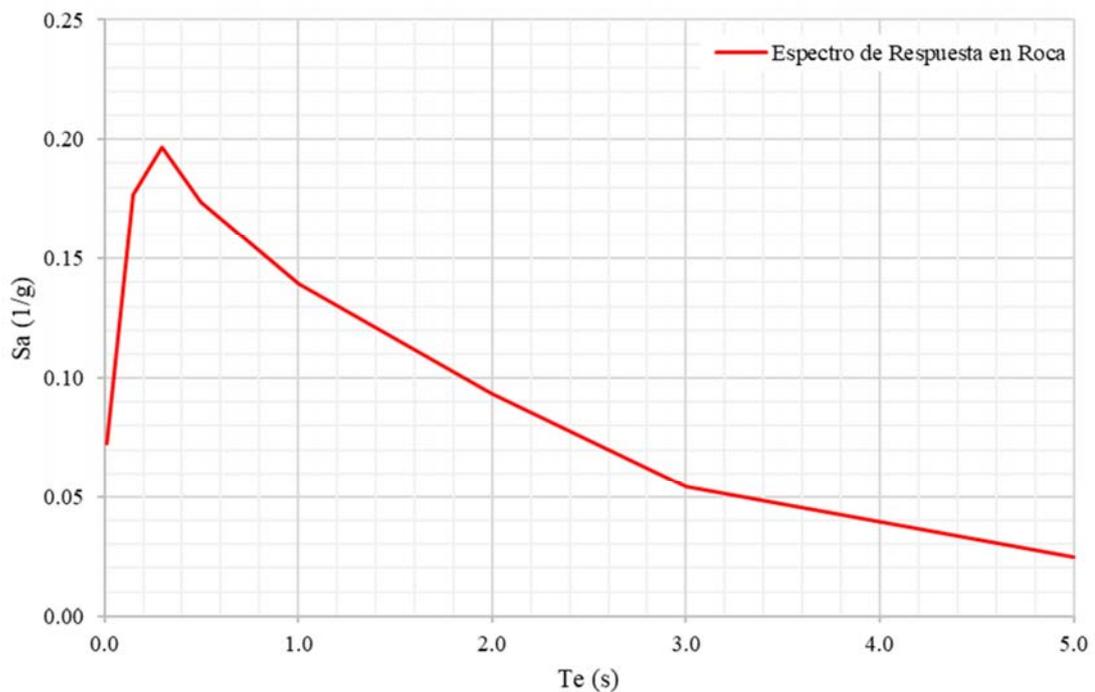


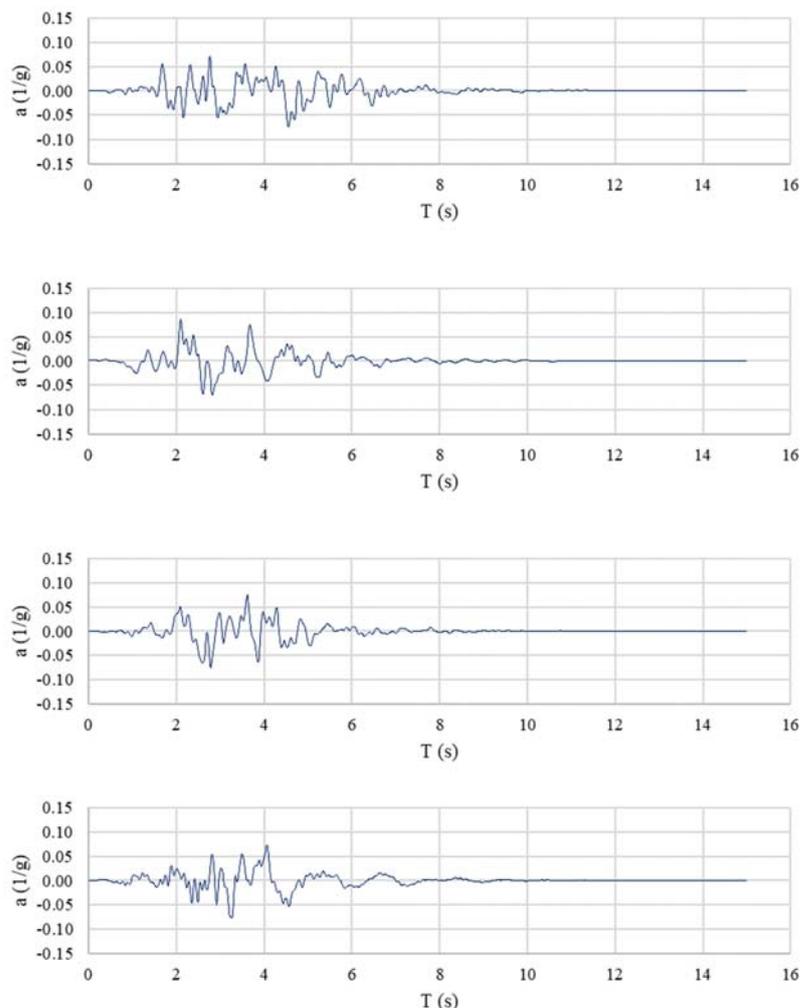
Figura 8. Espectro de respuesta de referencia en roca



2.2. Acelerogramas sintéticos

Los registros de acelerogramas utilizados para el cálculo de los efectos de sitio deben representar las aceleraciones del espectro de respuesta en roca definido. La simulación de acelerogramas sintéticos compatibles con el espectro es a partir de registros pequeños como funciones de Green empíricas; dicho método es similar al propuesto por Joyner y Boore. Es recomendable generar diversos acelerogramas sintéticos que sean compatibles con el peligro sísmico para abarcar los diferentes comportamientos del suelo los cuales dependen del contenido de frecuencia, periodo de vibrar del sismo, etc.

En la Figura 9 se muestran los acelerogramas sintéticos determinados a partir del espectro de respuesta de referencia en roca.



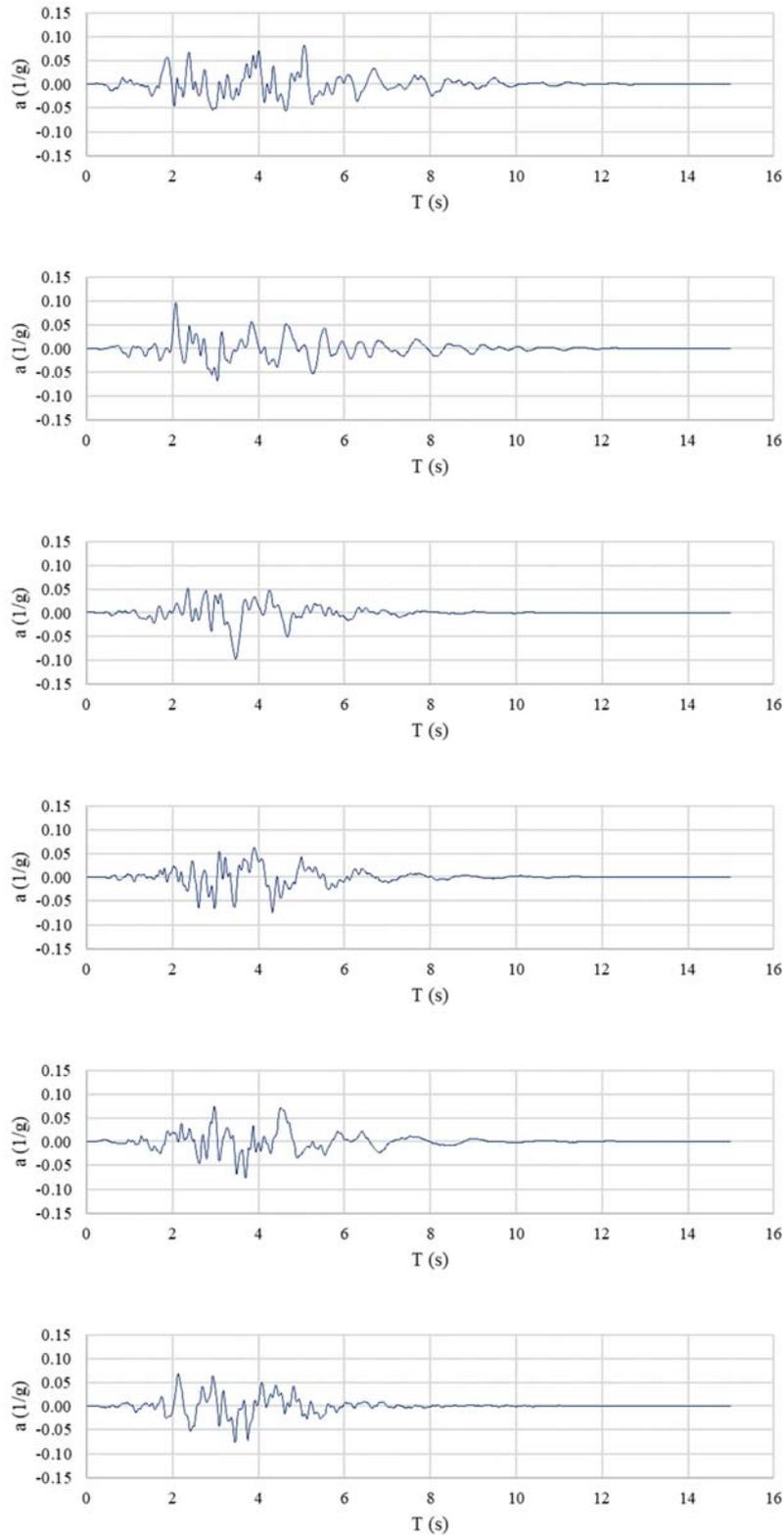


Figura 9. Acelerogramas sintéticos representativos del espectro de respuesta en roca

Oficina Mazatlán. Calle Sonora No. 905, Av. De la Marina y Av. Sinaloa, Col. Sánchez Celis, Tel. 669 158 8842



Una vez determinado los acelerogramas sintéticos se procedió a determinar los espectros de respuesta de pseudoaceleración con 5% de amortiguamiento crítico, para su comparación con el espectro objetivo, lo cual se puede observar en la Figura 10.

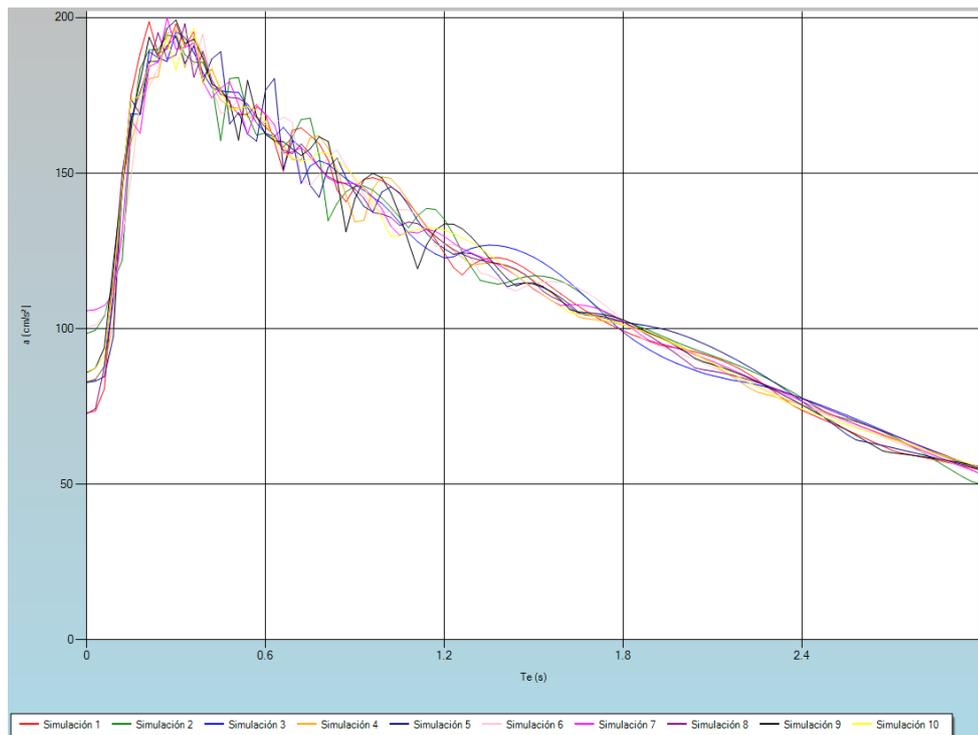


Figura 10. Espectro de respuesta de los acelerogramas sintéticos en roca.



3. EFECTOS DE SITIO

Para la determinación de la respuesta sísmica del terreno y sus efectos locales es necesario la determinación las propiedades dinámicas del suelo. Para ello, se realizaron dos tipos de pruebas: de refracción sísmica para determinar las propiedades del suelo como la velocidad ondas de corte, los espesores de los estratos y sus densidades; y de vibración ambiental con el cual por medio del método de Nakamura H/V se determina el periodo dominante de vibrar del suelo.

Los resultados de las pruebas geofísicas se describen detalladamente en los anexos II y III. A continuación, se presenta un resumen de los resultados obtenidos de las pruebas en campo.

3.1. Refracción sísmica

En el predio donde se desplantará la estructura se hizo una prueba de refracción sísmica donde se determinaron las propiedades dinámicas del suelo mostradas a continuación:

Tabla 3. Propiedades dinámicas del suelo a partir de la prueba de refracción sísmica #1

Estrato	Espesor (m)	Vs (m/s)	Densidad (T/m ³)
1	3.0	270	1.60
2	3.0	320	1.65
3	4.0	430	1.80
4	20.0	500	1.90

Con la información anterior se realiza una aproximación que consiste en reemplazar el perfil estratigráfico por un manto homogéneo equivalente de igual espesor caracterizado por su periodo dominante y su velocidad efectiva de propagación de ondas. La relación entre estos parámetros es la siguiente:

$$T_s = \frac{4H_s}{V_s}$$



Para determinar el periodo dominante del sitio, se hace uso de la ecuación 1.20 de la sección 3.1.4.3 del Manual de la CFE en su versión 2015:

$$T_s = \frac{4}{\sqrt{g}} \sqrt{\left(\sum_{n=1}^N \frac{h_n}{G_n}\right) \left(\sum_{n=1}^N \gamma_n h_n (w_n^2 + w_n + w_{n-1} + w_{n-1}^2)\right)}$$

Donde, g es la aceleración de la gravedad, G_n es el módulo de rigidez en cortante del n-ésimo estrato igual a γ_nV_s²/g, h_n es el espesor del n-ésimo estrato, N es el número de estratos y w_n se calcula con la siguiente formula:

$$w_n = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{\gamma_i V_i^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{h_i}{\gamma_i V_i^2}}$$

Finalmente se calculan los siguientes tres parámetros con las siguientes formulas:

$$H_s = \sum_{i=1}^N h_i \quad V_s = \frac{4H_s}{T_s} \quad \gamma_s = \frac{\sum_{i=1}^N \gamma_i h_i}{H_s}$$

Tabla 4. Resultados de perfil homogéneo equivalente

Prueba	Espesor (H _s)	Velocidad (V _s)	Densidad (γ _s)	Periodo (T _s)
1	30.0 m	558.94 m/s	1.83 Ton/m ³	0.21 s

Para información detallada de las pruebas ver *Estudio geofísico para determinación propiedades dinámicas*, correspondientes a este proyecto (Anexo II).



3.2. *Vibración ambiental*

Para la determinación del periodo fundamental de vibrar del suelo se hizo la prueba de vibración ambiental, posteriormente aplicando el método de Nakamura se obtiene una función de transferencia a partir de los espectros horizontales y verticales del suelo. Se realizaron 2 pruebas de vibración ambiental obteniendo resultados de la Tabla 5:

Tabla 5. Resultados de las pruebas de vibración ambiental

Prueba	Periodo (s)	Amplificación Máxima
1	0.105	3.2
2	0.091	4.9

Tomando los valores resultantes de las pruebas de vibración ambiental se obtiene un periodo fundamental del suelo promedio de 0.098 seg.

Siguiendo el criterio de la determinación de un perfil estratigráfico por un manto homogéneo equivalente de igual espesor y considerando los resultados de las pruebas de vibración ambiental se puede determinar que el periodo fundamental del suelo está entre 0.09 y 0.21 seg, por lo que será el rango más afectado por los efectos locales.

3.3. *Modelo de propagación de ondas*

A partir de los resultados de las pruebas de refracción sísmica, así como de las de vibración ambiental se determinó un perfil estratigráfico del cual se obtendrán los modelos de un grado de libertad para estudiar el comportamiento del suelo. En la Tabla 6 se resumen las propiedades a utilizar en los modelos de propagación de ondas.



Tabla 6. Perfil estratigráfico 1 para modelo de propagación de ondas

Estrato	Espesor (m)	Vs (m/s)	Densidad (T/m ³)	Amortiguamiento (%)
1	3.0	270	1.60	5%
2	3.0	320	1.65	5%
3	4.0	430	1.80	5%
4	20.0	500	1.90	5%
Roca	-	1000	2.00	-

Se utilizará un modelo teórico de propagación de ondas que consiste en un sistema de un grado de libertad vertical, con el que se calcula la respuesta sísmica de un medio con estratificación horizontal de extensión lateral infinita. Cada estrato se caracteriza a partir de su espesor, velocidad de ondas de corte, densidad y amortiguamiento crítico (ver anexo).

Se han utilizado dos criterios de amortiguamiento crítico del suelo. El criterio 1 sigue las recomendaciones del CDS-MDOC 2015 donde se recomienda un amortiguamiento del 5% para cada estrato representativo a un comportamiento elástico del suelo. Para el criterio 2 se utilizaron las curvas de degradación del módulo de rigidez al corte y amortiguamiento propuestas por Seed e Idriss (1971) para suelos arenosos para considerar las características no lineales del suelo.

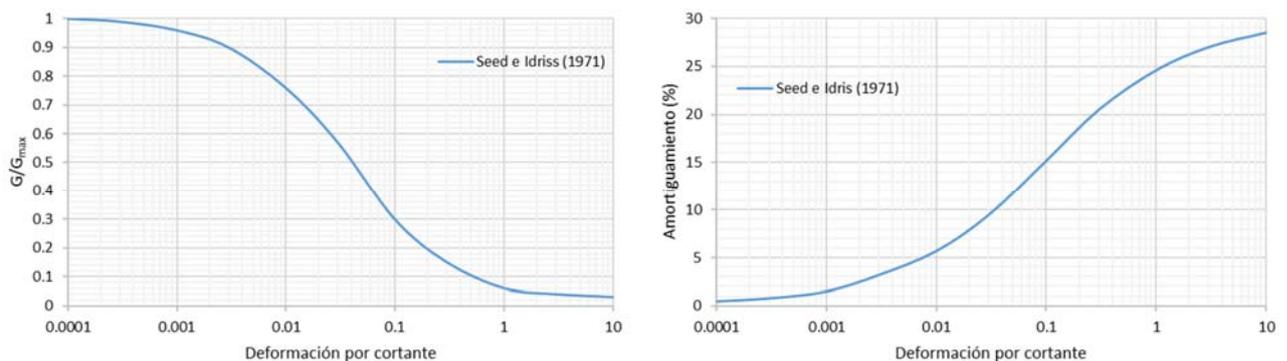


Figura 11. Curvas de degradación del módulo de rigidez y amortiguamiento Seed e Idriss (1971)



3.4. Función de transferencia

Con la ayuda del software DeepSoil se determinó el comportamiento del suelo para cada uno de los acelerogramas sintéticos utilizados a partir de un análisis lineal paso a paso, obteniéndose así la función de transferencia el cual muestra la amplificación o reducción del espectro de referencia en roca respecto a sus frecuencias dominantes.

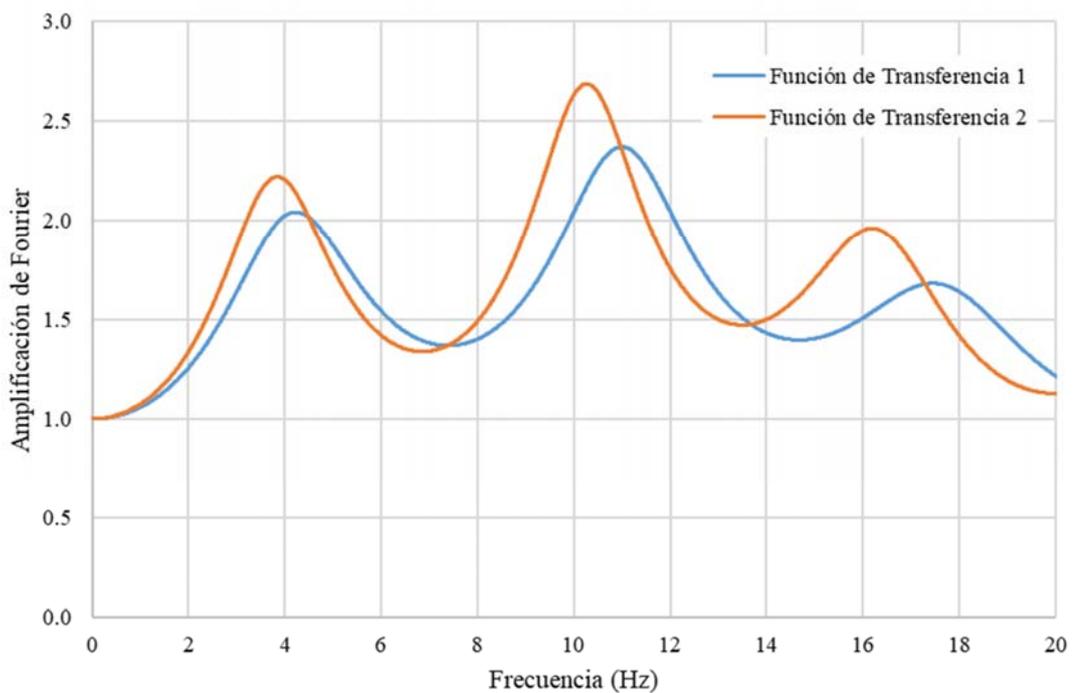


Figura 12. Función de transferencia de los modelos de propagación de ondas.

A partir de los resultados se pueden calcular los periodos fundamentales del suelo tomando la coordenada con amplificación más alto y calcular el periodo para la frecuencia correspondiente.

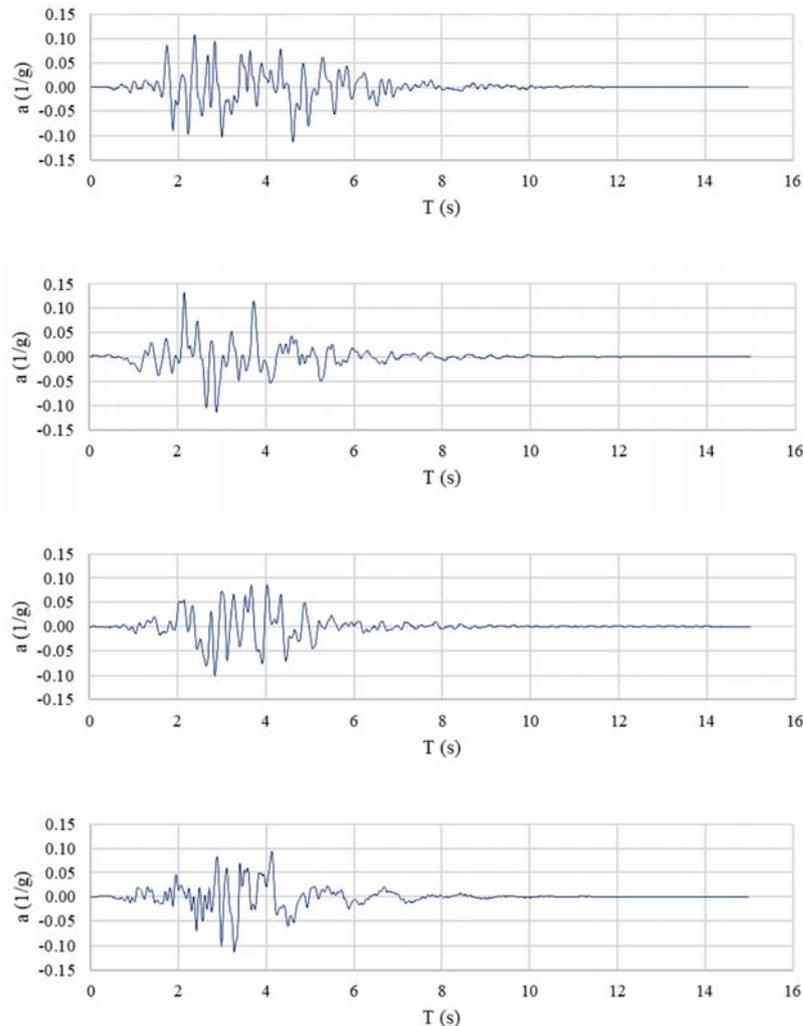
Tabla 7. Resumen de resultados de los modelos de propagación de ondas.

Función de Transferencia	Periodo (s)	Amplificación Máxima
1	0.091	2.37
2	0.098	2.69



3.5. *Acelerogramas amplificados*

Para conocer las aceleraciones del suelo a las que estará sometida la estructura con los efectos locales del sitio en estudio, se registró el comportamiento sísmico del suelo en la capa superficial generando graficas del análisis paso a paso de la aceleración, velocidad y desplazamiento a lo largo del tiempo del registro. En la Figura 13 se muestran los acelerogramas sintéticos amplificados por los efectos locales del sitio del modelo de propagación de ondas los cuales serán utilizados para la determinación del espectro elástico de sitio.



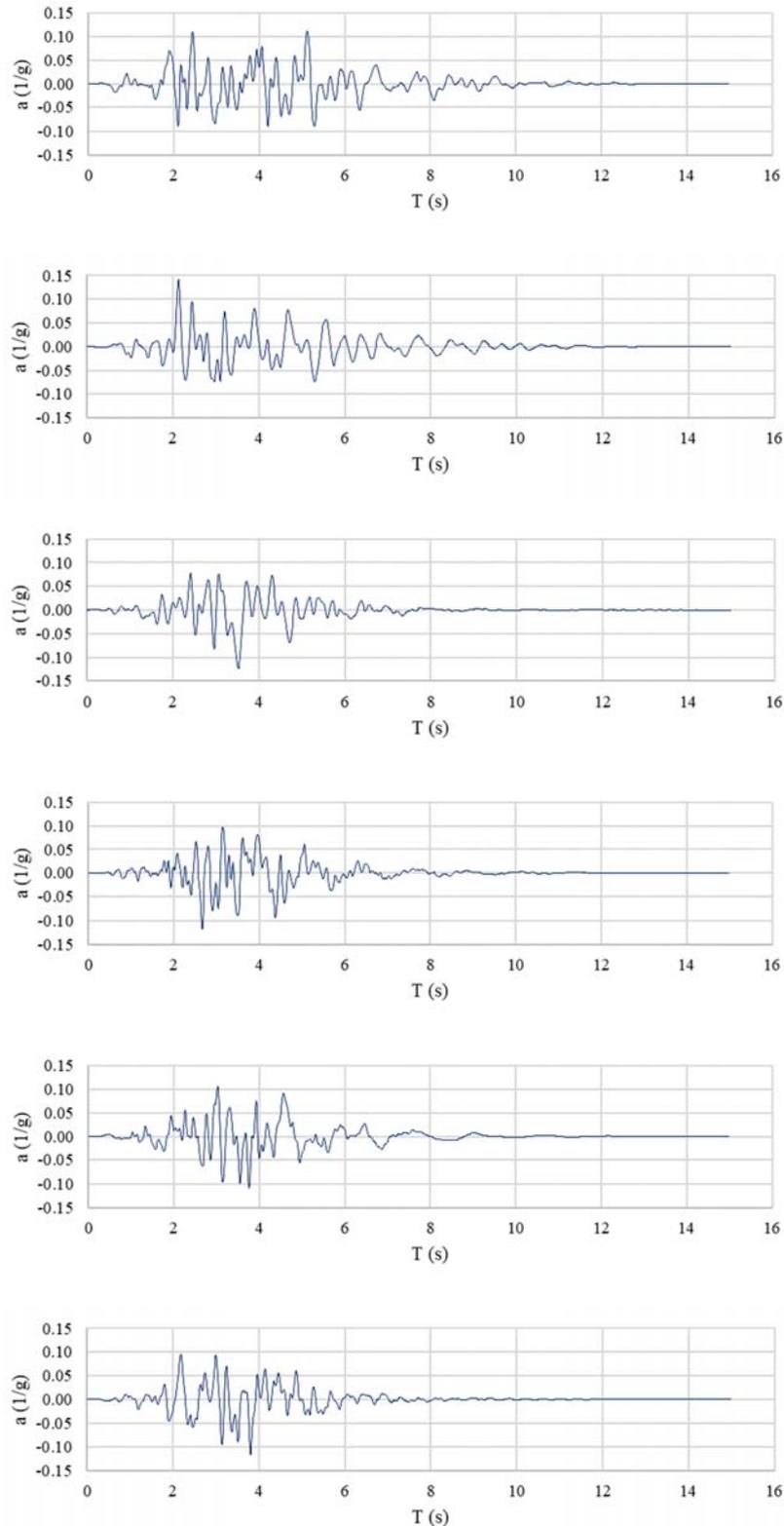


Figura 13. Acelerogramas sintéticos amplificados por efectos locales de sitio.



4. ESPECTRO DE DISEÑO SÍSMICO DE SITIO

4.1. Espectro elástico de sitio

Para conocer la respuesta sísmica del sitio en la superficie del depósito, se realizó la convolución de esta función de transferencia con los 10 acelerogramas sintéticos en roca. Se determinaron los espectros de respuesta de pseudoaceleración para un 5% de amortiguamiento crítico de los acelerogramas sintéticos y se determinó el espectro de respuesta promedio para cada estratigrafía.

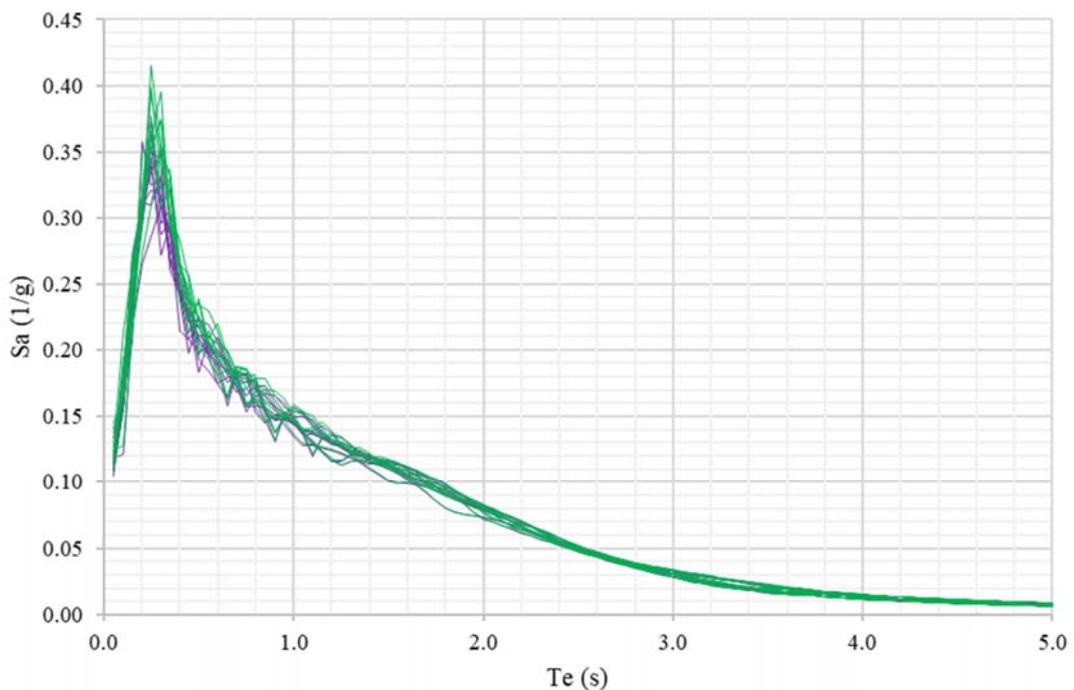


Figura 14. Espectros de acelerogramas amplificados para el modelo geodinámico 1 (morado) y 2 (verde).

A partir de estos espectros se procedió a determinar el espectro de sitio transparente considerando para la construcción de este, las ecuaciones de las recomendaciones del manual de la CFE 2015 en su capítulo 3.1.6 "Espectro de Diseño Sísmico Transparente".

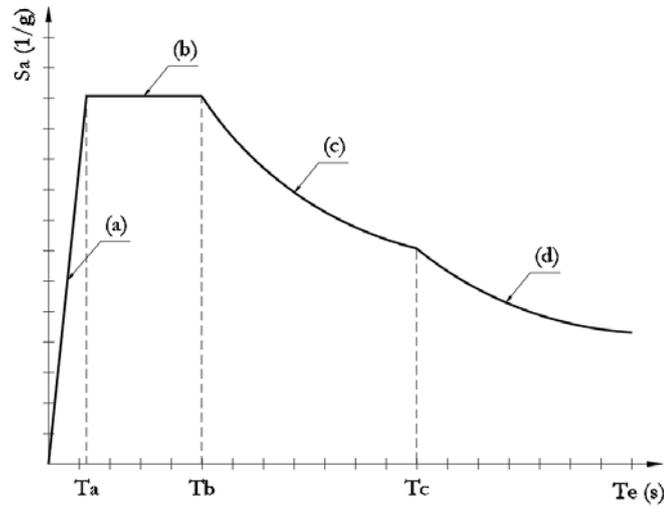


Figura 15. Forma paramétrica del espectro de diseño sísmico

$$S_a \langle T_e, \beta \rangle = \begin{cases} a_0 + (c\beta \langle T_e, \zeta_e \rangle - a_0) \frac{T_e}{T_a} & \text{si } T_e < T_a \quad (a) \\ c\beta \langle T_e, \zeta_e \rangle & \text{si } T_a \leq T_e < T_b \quad (b) \\ c\beta \langle T_e, \zeta_e \rangle \left(\frac{T_b}{T_e} \right)^r & \text{si } T_b \leq T_e < T_c \quad (c) \\ c\beta \langle T_e, \zeta_e \rangle \left(\frac{T_b}{T_c} \right)^r p_c \langle T_e \rangle \left(\frac{T_c}{T_e} \right)^2 & \text{si } T_e \geq T_c \quad (d) \end{cases}$$

$$p_c \langle T_e \rangle = k + (1 - k) \left(\frac{T_c}{T_e} \right)^2$$

Donde **a₀** es la aceleración máxima del terreno, **c** es la aceleración máxima espectral, **T_a** es el límite inferior de la meseta del espectro de diseño, **T_b** es el límite superior de la meseta del espectro de diseño, **T_c** es el periodo de inicio de la segunda rama descendente, **T_e** es el periodo estructural, **β** es el factor de amortiguamiento, **r** es el parámetro que controla la caída de la primera rama descendente, **k** es el parámetro que controla la caída de la segunda rama descendente y **p_c** es un factor empleado para definir la variación del espectro en la rama descendente.

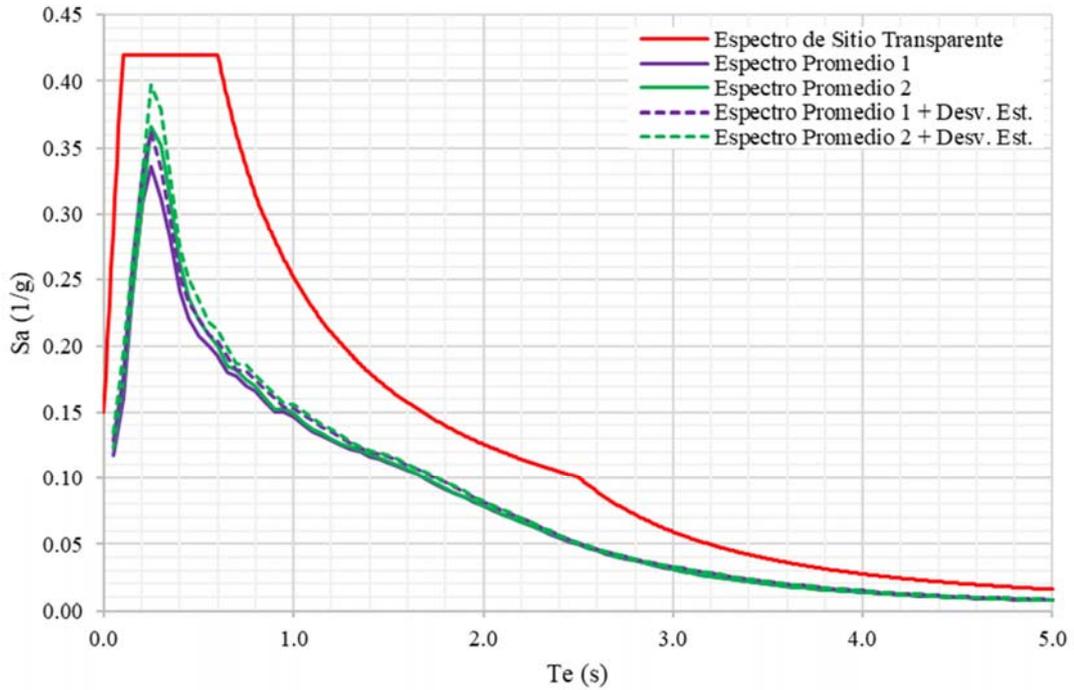


Figura 16. Espectro de Sitio Transparente

Tabla 8. Parámetros espectrales del espectro de sitio

a_0 (g)	c (g)	T_a (s)	T_b (s)	T_c (s)	k	r
0.15	0.42	0.10	0.60	2.50	0.5	1.0

Para la determinación del parámetro k que controla la caída de la segunda rama descendente del espectro tiene la forma:

$$k = \frac{D_{max}}{Sd_{max}}$$

Donde D_{max} es el desplazamiento máximo del terreno y Sd_{max} es el desplazamiento máximo espectral.



4.2. Factor de amortiguamiento

El factor de amortiguamiento β , permite modificar las ordenadas espectrales para tomar en cuenta otros niveles de amortiguamiento proporcionados por el tipo de estructuración, materiales, el uso de dispositivos disipadores de energía, etc. Este factor está dado por la siguiente ecuación:

$$\beta\langle T_e, \zeta_e \rangle = \begin{cases} \left(\frac{0.05}{\zeta_e} \right)^{0.45} & \text{si } T_e \leq T_b \\ \left(\frac{0.05}{\zeta_e} \right)^{0.45 \frac{T_c}{T_e}} & \text{si } T_e > T_b \end{cases}$$

Donde T_c es el periodo de inicio de la rama descendente en que los desplazamientos espectrales tienden correctamente al desplazamiento del terreno, T_e es el periodo estructural y ζ_e es el amortiguamiento estructural.

4.3. Reducción por ductilidad

Para fines de diseño, en el estado límite de prevención de colapso, se tendrá en cuenta el comportamiento inelástico de la estructura, ya que, como resultado de la ductilidad, la estructura tiene la capacidad de disipación histerética de energía y como consecuencia de esta, las fuerzas elásticas de diseño pueden ser reducidas a un nivel de resistencia de fluencia, denominado como Q' llamado factor de reducción por ductilidad o factor de comportamiento sísmico. Para cualquier tipo de estructura, el factor reductor se calculará como:

$$Q'\langle T_e, Q \rangle = \begin{cases} 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta\langle T_e, \zeta_e \rangle T_e}{k T_b}} & \text{si } T_e \leq T_b \\ 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta\langle T_e, \zeta_e \rangle P_b\langle T_e \rangle}{k}} & \text{si } T_e > T_b \end{cases}$$
$$P_b\langle T_e \rangle = k + (1 - k) \left(\frac{T_b}{T_e} \right)^2$$



Donde Q es el factor de comportamiento sísmico, T_b es el límite superior de la meseta, k es un parámetro que controla la caída del espectro y P_b es un factor empleado para definir la variación del espectro en la rama descendente.

Para la determinación del valor de Q se recomienda ver las indicaciones del CDS-MDOC CFE 2015 según el tipo de estructura a diseñar.

4.4. Reducción por sobrerresistencia

La sobrerresistencia es la capacidad de una estructura a resistir más allá de la resistencia considerada de diseño, la cual es resultado de diferentes motivos, principalmente la resistencia mayor de las especificadas en los materiales, cargas factorizadas y combinaciones, sobredimensionamiento de elementos, etc.

La opción más práctica para tomar en cuenta este aspecto consiste en aplicar un factor reductor del lado de las acciones sísmicas. La reducción por sobrerresistencia está dada por el factor R , calculado de la siguiente manera:

$$R(T_e, R_0) = \begin{cases} R_0 + 1 - \sqrt{\frac{T_e}{T_a}} & \text{si } T_e \leq T_a \\ R_0 & \text{si } T_e > T_a \end{cases}$$

Donde T_a es el límite inferior de la meseta y R_0 es la sobrerresistencia índice, dependiendo del sistema estructural.

Para la determinación del valor de R_0 se recomienda ver las indicaciones del CDS-MDOC CFE 2015 según el tipo de estructura a diseñar.

4.5. Factor por redundancia

La redundancia está definida por la hiperasticidad capaz de desarrollar una estructura, o, en otras palabras, la capacidad de redistribuir las fuerzas internas en el instante en que algún elemento estructural se plastifica.

La redundancia de la estructuración empleada se tomará en cuenta mediante el factor de redundancia p , de la siguiente manera:



$$\rho = \begin{cases} 0.80 & \text{Nivel de redundancia bajo} \\ 1.00 & \text{Nivel de redundancia moderado} \\ 1.25 & \text{Nivel de redundancia alto} \end{cases}$$

Para la determinación del valor de ρ se recomienda ver las indicaciones del CDS-MDOC CFE 2015 según el tipo de estructura a diseñar, si es aplicable.

4.6. Corrección por irregularidad

En el diseño sísmico de estructuras que no satisfagan las condiciones de regularidad especificadas en el capítulo 3.3.2 "Condiciones de Regularidad" del CDS-MDOC CFE 2015, el factor reductor por ductilidad Q' , se multiplicara por el factor α recomendado. Sin embargo, en ningún caso $\alpha Q'$ se tomará menor que la unidad.

$$\alpha = \begin{cases} 1.0 & \text{Nivel de irregularidad nulo} \\ 0.9 & \text{Nivel de irregularidad bajo} \\ 0.8 & \text{Nivel de irregularidad moderado} \\ 0.7 & \text{Nivel de irregularidad alto} \end{cases}$$

Para la determinación del valor de α se recomienda ver las indicaciones del CDS-MDOC CFE 2015 según el tipo de estructura a diseñar, si es aplicable.



4.7. Espectro inelástico de sitio

Para el cálculo de los espectros inelásticos de sitio se han tomado los parámetros espectrales de la Tabla 8, un factor de amortiguamiento β correspondiente a 5% de amortiguamiento crítico, valores de ductilidad Q de 1.0, 2.0, 3.0 y 4.0, sobrerresistencia índice R_o de 2.0 y un factor de redundancia y de irregularidad de 1.0.

En la Figura 17 se observa los espectros inelásticos para los parámetros y factores correspondientes.

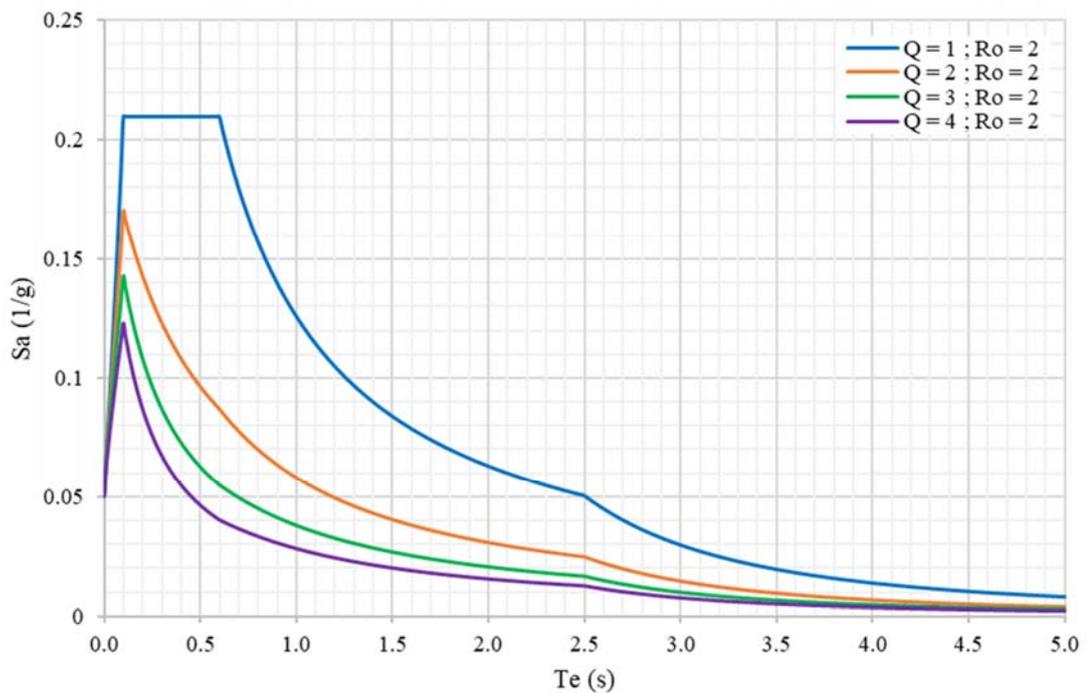


Figura 17. Espectros inelásticos de sitio



4.8. Comparación con espectro transparente CFE-2015 y CFE-1993

Como comparación, se han tomado los espectros de dos versiones del Manual de Diseño Sísmico de la Comisión Federal de Electricidad en sus versiones 1993 y 2015. En la versión 2015, se compara con el espectro regional correspondiente a la ubicación, parámetros de referencia y al tipo del suelo; por su parte en la versión 1993, se compara con los espectros de diseño multiplicado por 2 para eliminar el efecto de la sobrerresistencia implícita contenida, tal y como indica el CDS-MDOC CFE 2008 y así tener una comparación de los espectros en su forma transparente.

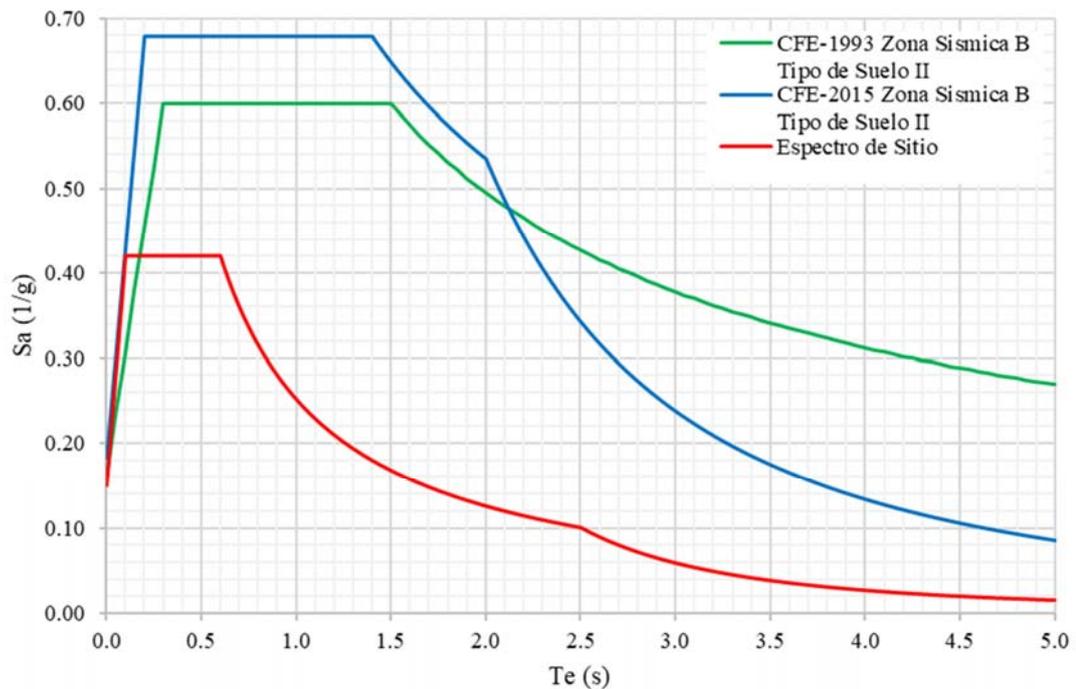


Figura 18. Comparación de espectros de diseño de este estudio y de otras versiones del manual de CFE.



5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Con base en los resultados de los trabajos de campo, así como los contenidos en este estudio, se hacen las siguientes conclusiones y observaciones:

1. De acuerdo con la información derivada de los trabajos de campo se puede resumir que la profundidad de suelo explorado fue de 30 m, con velocidad de ondas de corte de entre 270 a 500 m/s y una densidad del suelo de entre 1.60 a 1.90 t/m³. Con ayuda de los resultados de las pruebas de campo se determinó que el suelo tiene un periodo fundamental del suelo entre 0.09 y 0.21 seg.
2. La metodología, así como las recomendaciones fueron tomadas en base a lo contenido en el Capítulo de Diseño por Sismo en el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad en su versión 2015.
3. Para el cálculo del peligro sísmico se hizo uso del software PRODISIS para determinar el espectro de referencia en roca del sitio de interés, correspondiente a grupo B. Para el análisis del comportamiento del suelo se hizo uso del software DEEPSOIL, determinando los acelerogramas amplificados y funciones de transferencia y finalmente, para el cálculo de los espectros de respuesta se hizo uso del software DEGTRA.
4. El espectro de diseño sísmico de sitio, en su forma transparente, presenta los siguientes parámetros para construcciones pertenecientes al grupo B.

a₀ (g)	c (g)	T_a (s)	T_b (s)	T_c (s)	k	r
0.15	0.42	0.10	0.60	2.50	0.5	1.0

5. Para estructuras del grupo A+ las ordenadas deben multiplicarse por 1.75 y del grupo A por 1.50, por lo que la ordenada máxima del terreno y la ordenada máxima espectral deberán ser considerados de $a_0 = 0.26g$ y $c = 0.74g$ y $a_0 = 0.23g$ y $c = 0.63g$, respectivamente.
6. Los espectros de diseño obtenidos en este estudio, son para ductilidades de $Q = 1.0, 2.0, 3.0$ y 4.0 , sobrerresistencia índice de $R_0 = 2$, redundancia de $\rho = 1.0$ y corrección por irregularidad de $\alpha = 1.0$.
7. Se anexa hoja de cálculo para la obtención de cualquier espectro de diseño inelástico de sitio, para la introducción de los parámetros de reducción específicos de la estructura diferentes a los utilizados en este estudio.
8. Para el diseño sísmico de la estructura a desplantar sobre el predio en estudio, se hace la recomendación de utilizar las cargas vivas y combinaciones descritas en las Normas Tecnicas Complementarias (NTC-RSEE) sobre criterios y acciones



CENTRO EXPERIMENTAL Y SERVICIOS EN INGENIERÍA CIVIL
ASESORÍA EN MECÁNICA DE SUELOS Y CONTROL DE CALIDAD
ING. JUAN DE DIOS CUETO DÍAZ
MAESTRÍA EN MECÁNICA DE SUELOS

SEPÚLVEDA 60 NORTE

TEL. (01887) 716-33-57; FAX 713-46-52

CULIACÁN, SINALOA

para el diseño estructural de las edificaciones del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (2017).

9. El criterio final sobre el espectro de diseño para la estructura a desplantar en el sitio de estudio, queda a juicio del estructurista y del corresponsable en seguridad estructural.

Los resultados obtenidos en este estudio se basan principalmente en mediciones de vibración ambiental y de refracción sísmica de este predio específico. El uso de estos resultados para otros predios no está permitido. Cabe mencionar, que la obtención del espectro de diseño se ha desarrollado de manera probabilista, y que este, no es una predicción sobre los sismos futuros, por lo que existe la probabilidad remota de que las acciones sísmicas sean excedidas por eventos extraordinarios (sismos de gran intensidad), por lo que se excluye de toda responsabilidad a quien suscribe ante esta situación.

Se firma estudio correspondiente a la determinación del espectro de diseño sísmico de sitio para el predio del proyecto **Oficinas Legislativas H. Congreso del Estado**, que se construirá en la ciudad de Culiacán, Sinaloa.

Sin otro particular quedo a sus órdenes para cualquier aclaración y aprovecho la oportunidad para enviarle un afectuoso saludo.

A T E N T A M E N T E

M.I. Juan de Dios Cueto Díaz

Cédula Profesional Ingeniería Civil No. 607878

Cedula Profesional Maestría en Ingeniería (Mecánica de Suelos) No. 907876

Acreditación Nacional Perito en Geotecnia No. PPGT-034C

Culiacán, Sinaloa a 30 de diciembre de 2019

Oficina Mazatlán. Calle Sonora No. 905, Av. De la Marina y Av. Sinaloa, Col. Sánchez Celis, Tel. 669 158 8842



6. REFERENCIAS

- De Obras Civiles (2015) Manual de Diseño. Comisión Federal de Electricidad. *Capítulo de Diseño por Sismo.*
- De Obras Civiles (2008) Manual de Diseño. Comisión Federal de Electricidad. *Capítulo de Diseño por Sismo.*
- De Obras Civiles (1993) Manual de Diseño. Comisión Federal de Electricidad. *Diseño por Sismo.*
- Miranda, E., & Bertero, V. V. (1994). Evaluation of strength reduction factors for earthquake-resistant design. *Earthquake spectra*, 10, 357-357.
- Elnashai, A. S., & Mwafy, A. M. (2002). Overstrength and force reduction factors of multistorey reinforced-concrete buildings. *The structural design of tall buildings*, 11(5), 329-351.
- Kramer S. L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. Estados Unidos de América, Prentice-Hall, Inc.
- Sotelo O. (2019). *Determinación de factores de reducción por ductilidad y sobrerresistencia en marcos de acero con contraventeos excéntricos* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Sinaloa, Culiacán, Sinaloa, México.
- Franco J. (2019). *Estimación del factor de ductilidad global en marcos planos de acero, considerando la interacción suelo-estructura y aplicando elementos finitos* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Sinaloa, Culiacán, Sinaloa, México.
- Ordaz M., Arboleda J. y Singh S.K. (1993). *Un nuevo método para simular acelerogramas sintéticos usando registros de sismos pequeños como funciones de Green empíricas*, X Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, 28-35, Pto Vallarta, Jalisco, México.
- Hashash, Y. M. A., Musgrove, M. I., Harmon, J. A., Groholski, D. R., Phillips, C. A., & Park, D. (2016). DEEPSOIL 7.0, user manual. *Urbana, IL, Board of Trustees of University of Illinois at Urbana-Champaign.*
- Acerra, C., Aguacil, G., Anastasiadis, A., Atakan, K., Azzara, R., Bard, P. Y., ... & Bonnefoy-Claudet, S. (2004). Guidelines for the implementation of the H/V spectral ratio technique on ambient vibrations measurements, processing and interpretation. *European Commission–EVG1-CT-2000-00026 SESAME.*



ANEXO I: ANÁLISIS UNIDIMENSIONAL DEL TERRENO

La base para comprender la aproximación lineal consiste en evaluar las funciones de transferencia. Una condición de carga periódica puede ser aproximada mediante el uso de series de Fourier, mediante la suma de un grupo de series con cargas harmónicas. La respuesta de un sistema de un grado de libertad es simplemente la sumatoria de la respuesta de cada término de las diferentes series de carga.

Una carga de tipo periódica $Q(t)$ puede ser expresada a partir de series de Fourier (solución exponencial) mediante:

$$Q(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} q_n^* e^{i\omega_n t}$$

Donde para este caso los coeficientes complejos de Fourier, q_n^* , se pueden determinar directamente a partir de $Q(t)$, mediante la siguiente expresión:

$$q_n^* = \frac{1}{T_f} \int_0^{T_f} Q(t) e^{-i\omega_n t} dt$$

Luego la respuesta de un sistema de un grado de libertad sometido a carga harmónica estaría determinada por la ecuación del movimiento:

$$m\ddot{u}_n t + c\dot{u}_n t + ku_n = q_n^* e^{i\omega_n t}$$

Por lo que la respuesta del sistema puede ser correlacionada con la condición de carga de la siguiente forma:

$$u_n(t) = H(\omega_n) q_n^* e^{i\omega_n t}$$

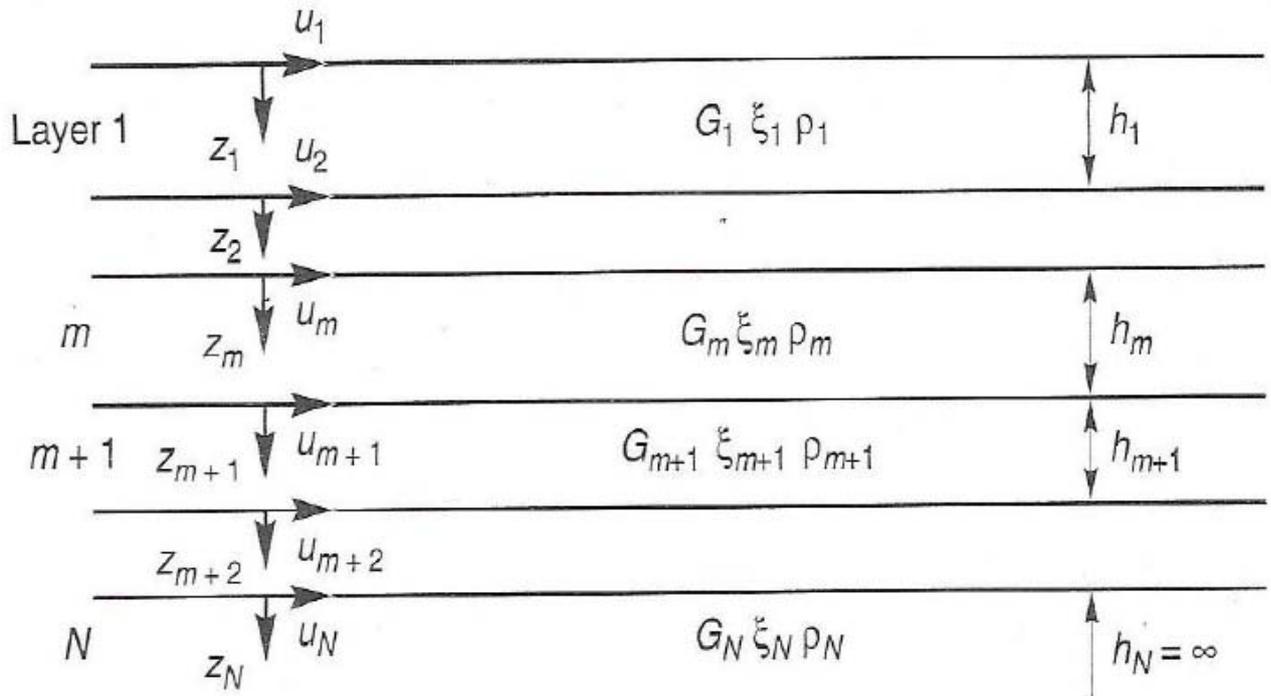
El principio de superposición nos da la respuesta total del sistema:

$$u_n(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} H(\omega_n) q_n^* e^{i\omega_n t}$$

Donde $H(\omega_n)$ es una función de transferencia, cuya labor consiste en relación un parámetro (en este caso el desplazamiento) con otro (la carga externa).



COMPORTAMIENTO EN SUELOS HOMOGÉNEOS CON AMORTIGUAMIENTO SOBRE ROCA ELÁSTICA



La respuesta o solución a la ecuación de onda puede ser expresada de la siguiente forma:

$$u(z, t) = Ae^{i(\omega t + kz)} + Be^{i(\omega t - kz)}$$

Si generamos un sistema de coordenadas locales, Z , para cada estrato, el desplazamiento al comienzo y al final de la capa "m" será:

$$u_m(Z_m = 0, t) = (A_m + B_m)e^{i\omega t}$$

$$u_m(Z_m = h_m, t) = (A_me^{ik_m^* h_m} + B_me^{-ik_m^* h_m})e^{i\omega t}$$

Partiendo de la condición de compatibilidad de deformaciones que expresa que el desplazamiento en el inicio de un estrato debe ser igual al desplazamiento del estrato inferior, se aplica dicho requerimiento entre el estrato "m" y el estrato "m+1":

$$u_m(Z_m = h_m, t) = u_{m+1}(Z_{m+1} = 0, t)$$

$$A_me^{ik_m^* h_m} + B_me^{-ik_m^* h_m} = A_{m+1} + B_{m+1}$$

En función del comportamiento del esfuerzo cortante en el inicio y en el fondo del estrato y conociendo la razón de impedancia compleja a_m^* entre el estrato "m" y el estrato



"m+1", se pueden expresar las funciones que relacionan la amplitud del estrato "m" respecto al estrato "m+1" de la siguiente forma:

$$A_m = a_m(\omega)A_1 \quad B_m = b_m(\omega)B_1$$

La función de transferencia que relación la amplitud de desplazamiento en el estrato "i" respecto al estrato "j", está dado por:

$$F_{ij}(\omega) = \frac{|u_i|}{|u_j|} = \frac{a_i(\omega) + b_i(\omega)}{a_j(\omega) + b_j(\omega)}$$

Esta expresión indica que el movimiento con cualquier estrato puede ser determinado a partir del movimiento de cualquier otro estrato. Por lo tanto, si se conoce el movimiento de cualquier punto del perfil del suelo puede ser estimado el movimiento en cualquier otro punto. Este resultado permite desarrollar una operación de gran utilidad denominada "deconvolución".

De estos comportamientos se derivan varios comentarios de suma importancia para el análisis de respuesta del terreno:

1. Las frecuencias que se corresponden con la máxima local representan las frecuencias naturales del depósito del suelo.
2. El factor de amplificación es igual a la razón de amplitud de movimiento en la superficie respecto a la amplitud del movimiento de la roca.
3. El amortiguamiento afecta la respuesta de forma mucho más importante a altas frecuencias que a bajas frecuencias.
4. El factor de amplificación mayor ocurrirá aproximadamente a la frecuencia natural más baja, conocida también como frecuencia fundamental del depósito.

$$\omega_0 = \frac{\pi v_s}{2H}$$

5. El periodo de vibración correspondiente a la frecuencia fundamental del depósito se denomina periodo característico del sitio.

$$T_s = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{4H}{v_s}$$

6. El periodo característico del sitio, T_s , nos indica en cual periodo de vibración se espera que se produzcan las amplificaciones más significativas del terreno.



ANEXO II: PRUEBAS GEOFÍSICAS

Los estudios geofísicos reportan velocidad de ondas P y S y, con base en ciertos principios, estiman el peso volumétrico de los materiales, así como los parámetros geodinámicos E (módulo de elasticidad), G (módulo de cortante) y ν (módulo de poisson).

Un estudio geofísico reporta datos para un perfil transversal a lo largo o ancho del terreno estudiado, por medio de los llamados *tendidos de refracción*, lo cual permite visualizar la variación de las características dinámicas del terreno en forma continua. Un tendido consiste en la colocación de geófonos (sensores de velocidad de alta frecuencia) a lo largo de una línea sobre la superficie del terreno y espaciados uniformemente.

Los resultados de pruebas geofísicas también muestran la variación de las propiedades de los estratos con la profundidad.

Una ventaja del estudio geofísico consiste en que es posible identificar fracturas o fallas en toda la extensión del terreno. Esto ha sido muy útil en construcciones donde el terreno puede presentar fallas que den lugar a inestabilidades tanto en la estructura como en el terreno.

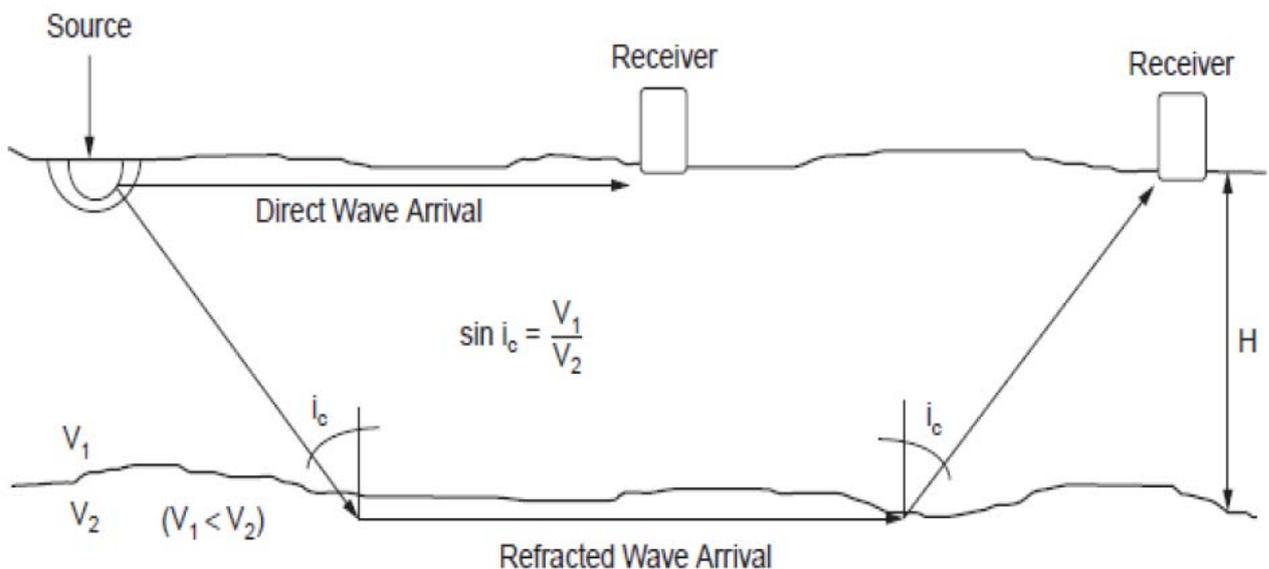


Figura 19. Esquema del ensayo de refracción sísmica



En las siguientes figuras se muestran los resultados obtenidos en el estudio geofísico *Determinación de parámetros dinámicos, de velocidad de onda V_s y periodo del suelo para proyecto de un edificio en H. Congreso del Estado, en Culiacán, Sinaloa.*

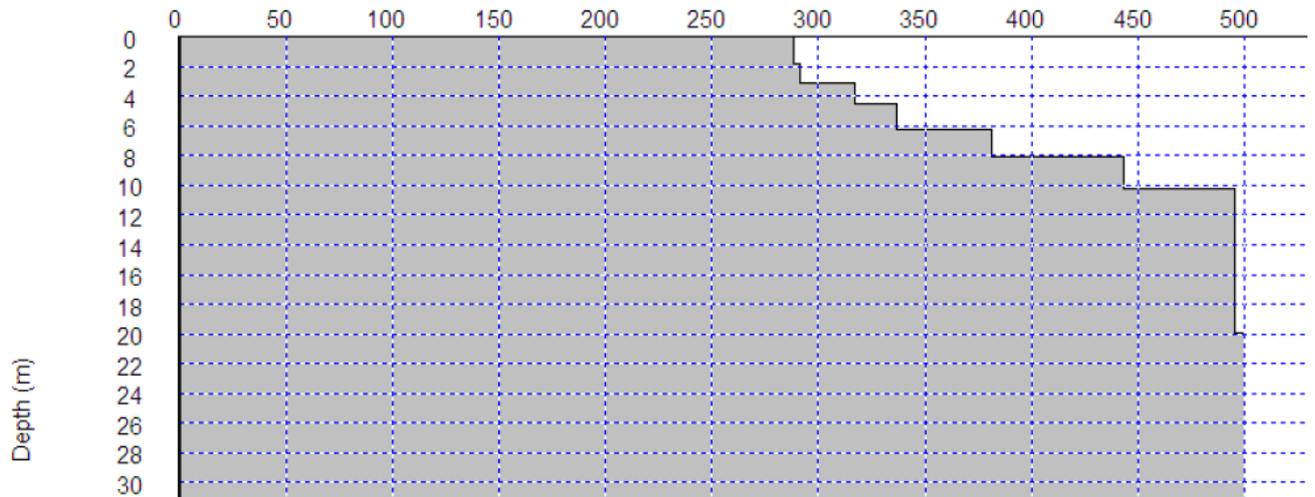


Figura 20. Perfil de velocidades de onda de suelo obtenido en la línea 1 de MASW.



ANEXO III: ANÁLISIS DE VIBRACIÓN AMBIENTAL

Este análisis consiste en la determinación de cocientes espectrales entre los componentes horizontales del movimiento del suelo y el componente vertical. Utilizada originalmente por Nakamura (1989), ha sido usada en la microzonificación y evaluación de efectos de sitio.

Los cocientes espectrales de los componentes horizontales al vertical tienen un máximo en la frecuencia dominante del terreno. Generalmente, para esta frecuencia la curva muestra un pico bien definidos por valle-cresta-valle. Estos picos son más definidos en terrenos formados por depósitos blandos y en terrenos con depósitos aluviales uniformes.

La precisión en la identificación de la frecuencia dominante del suelo mediante esta técnica es indiscutible.

En general, cuanto mayor sea el contraste entre los depósitos del suelo y el semiespacio o estrato profundo resistente, se tendrá una mejor definición en los picos de las curvas de cocientes espectrales y se podrán identificar más fácilmente las frecuencias dominantes.

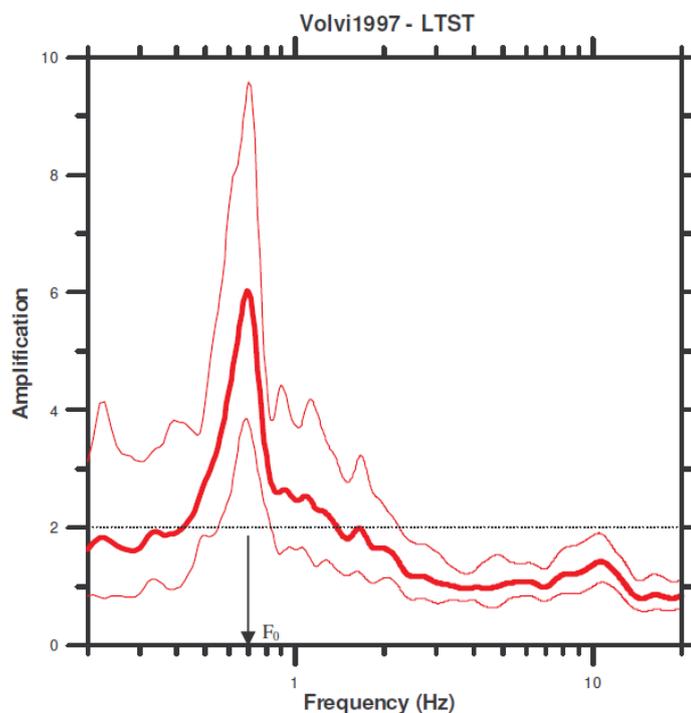


Figura 21. Ejemplo de cocientes espectrales H/V de una prueba de vibración ambiental.



CENTRO EXPERIMENTAL Y SERVICIOS EN INGENIERÍA CIVIL

ASESORÍA EN MECÁNICA DE SUELOS Y CONTROL DE CALIDAD

ING. JUAN DE DIOS CUETO DÍAZ

MAESTRÍA EN MECÁNICA DE SUELOS

TEL. (01887) 716-33-57; FAX 713-46-52

SEPÚLVEDA 60 NORTE

CULIACÁN, SINALOA

En las siguientes figuras se muestran los resultados obtenidos en el estudio geofísico *Determinación de parámetros dinámicos, de velocidad de onda V_s y periodo del suelo para proyecto de un edificio en H. Congreso del Estado, en Culiacán, Sinaloa.*

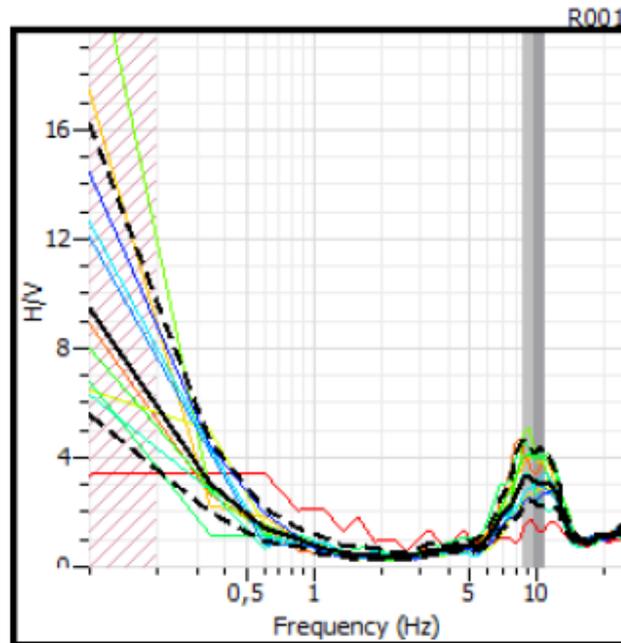


Figura 22. Función de transferencia obtenido en el punto 1

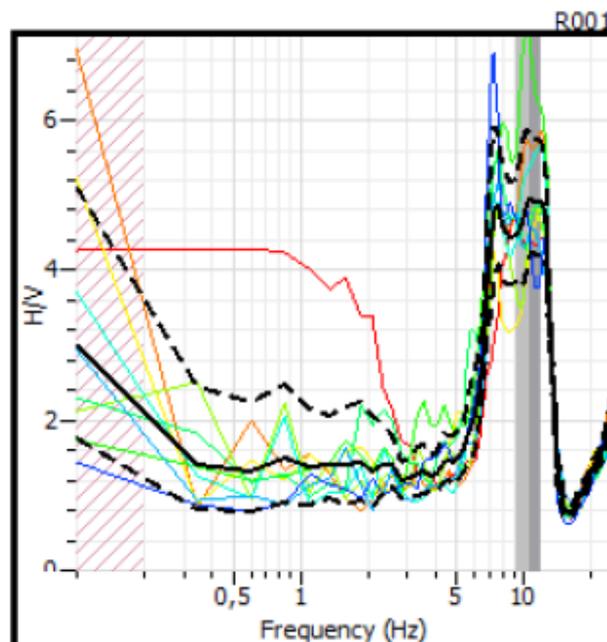


Figura 23. Funcion de transferencia obtenido en el punto 2.

Oficina Mazatlán. Calle Sonora No. 905, Av. De la Marina y Av. Sinaloa, Col. Sánchez Celis, Tel. 669 158 8842



ANEXO IV: ACELEROGRAMAS SINTÉTICOS

En general, el espectro de amplitudes de Fourier, $A(\omega)$, del acelerograma generado por un sismo, puede expresarse de la siguiente manera:

$$A(\omega) = K S(\omega)T(\omega)L(\omega)$$

Donde K es una constante, $T(\omega)$ es un término que incluye las modificaciones que sufre el espectro por efectos de trayecto, $L(\omega)$ representa las amplificaciones por efectos de sitio y $S(\omega)$ es el espectro de aceleración en la fuente sísmica. De acuerdo con el modelo ω^2 (Aki, 1967; Brune, 1970), este espectro está dado por:

$$S(\omega) = \frac{M_0 \omega^2}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$$

Donde M_0 es el momento sísmico y ω_c es la llamada frecuencia de esquina, dada por (Brune, 1970), donde β es la velocidad de propagación de ondas (en km/s) de las ondas S y $\Delta\sigma$ es la caída de esfuerzos (en bar).

$$\omega_c = 4.9 \times 10^6 (2\pi\beta) \left(\frac{\Delta\sigma}{M_0}\right)^{\frac{1}{3}}$$

En síntesis, el procedimiento propuesto para simular temblores consiste en superponer N veces la función de Green empírica:

$$N = \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{\frac{4}{3}} \left(\frac{\Delta\sigma_e}{\Delta\sigma_s}\right)^{-\frac{4}{3}}$$

La función de Green se escala por un factor ξ , desfasándola cada vez un tiempo t_i , $i=1, \dots, N$, en que los tiempos t_i son aleatorios, independientes e igualmente distribuidos con una densidad de probabilidades dada por la siguiente ecuación:

$$\xi = \left(\frac{M_{0e}}{M_{0s}}\right)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{\Delta\sigma_e}{\Delta\sigma_s}\right)^{\frac{4}{3}}$$
$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{1 + \alpha \left(\frac{\omega}{\omega_{ce}}\right)^2}}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{ce}}\right)^2} e^{i\omega t} d\omega$$